



**Los Jóvenes y el Desafío Espacial**

**Concurso ODYSSEUS II**



# **Documento de Trabajo**



El Proyecto Odysseus II está financiado por la Unión Europea dentro de su programa Horizonte 2020 para la investigación e innovación, en virtud del acuerdo de subvención Num. 640218

# La ley de la Gravitación Universal hace (im) posible los mundos

Europa en el Espacio:  
A la búsqueda de una segunda Tierra.

El esfuerzo de Europa en la  
investigación de exoplanetas.

Nombre del Equipo: JoseMariaDiaz

(Categoría Pioneers)

## Resumen

La idea inicial de nuestro trabajo de investigación fue proponer a nuestros alumnos la lectura de textos de ficción y el visionado de películas donde aparecieran planetas orbitando en sistemas estelares múltiples. Debían **analizar las posibilidades de su existencia** y también si, realmente, serían aptos para albergar vida.

En ciencia ficción todo es posible pero la realidad debe, en primer lugar, estar regida por los estrictos principios de la **estabilidad de sistemas**. Y es que no puede desarrollarse la vida en un sistema tan inestable que ni siquiera pueda permitir la formación de planetas a su alrededor o mantenerlos, de alguna manera, confinados y en orden.

Nuestro primer objetivo de estudio sería la *ley de la Gravitación Universal* y muy pronto descubrimos que entrañaba dificultades importantes:

- Cuando la ley se aplica sólo a dos cuerpos los cálculos son relativamente fáciles y accesibles.
- Pero cuando hacemos intervenir tres o más cuerpos, los problemas quedan sin soluciones analíticas. No obstante, es posible abordar su estudio realizando una innumerable cantidad de cálculos infinitesimos que (veremos) nos darán una buena aproximación de la realidad.
- Cuando estudiamos los cambios de movimiento que estas fuerzas originan y queremos estudiarlos en detalle, el problema se agrava enormemente pues necesitamos tiempos de cálculo muy grandes.

Para analizar los efectos gravitatorios que varios cuerpos ejercen entre sí y ver cuáles son sus comportamientos en el tiempo, hemos implementado una serie de programas informáticos<sup>0</sup> compilados en un antiguo lenguaje de programación: Turbo Pascal.

Este lenguaje permite introducir, de manera formal, a nuestros alumnos en los *lenguajes de programación* y conjugar conocimientos de Astronomía, Física, Matemáticas, Geometría y TIC.

De otra parte, hacemos – *ex profeso* – que Turbo Pascal opere desde un arranque “aséptico” de MS DOS consiguiendo que los procesos de cálculo se realicen a la mayor velocidad posible; este requisito es fundamental.

En nuestro estudio se han realizado muchos **cientos de millones** de cálculos complejos (algunos nos llevarían hasta las conclusiones finales pero fueron necesarios otros muchos más para la gran cantidad de pruebas y ensayos realizados).

Nuestro proyecto de investigación tiene **tres partes**:

- I. Construcción de las herramientas de trabajo y confirmación de su aplicabilidad
- II. Estudio de sistemas planetarios extrasolares estables y obtención de conclusiones
- III. Explicación de algunas peculiaridades de nuestro propio sistema solar

A través de algunos enlaces,<sup>E</sup> documentaremos <sup>H</sup>nuestros <sup>C</sup>resultados con imágenes, vídeos y el *código fuente* de los programas implementados.

## Argumentos claves del Proyecto

### Preparando las herramientas de trabajo

La ley de la Gravitación Universal establece que “*Dos cuerpos de masa  $M$  y  $m$  siempre se atraen – mutuamente – con una fuerza que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa*”.

$$\vec{F} = (-)G \frac{Mm}{r^2} \vec{u} \quad (6,67392 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \text{ con un error del } 0,0014\%)^1$$

Para ser operativos tomaremos la ley de la Gravitación referida a la unidad de masa:

$$\vec{g} = (-)G \frac{M}{r^2} \vec{u}$$

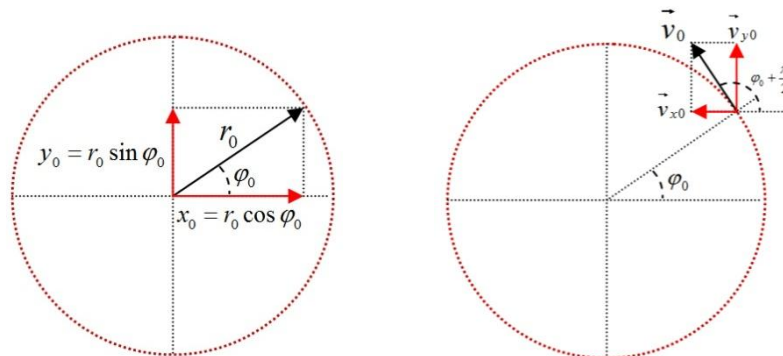
Esta es la aceleración (central y siempre atractiva) a la que se ve sometido cada Kg que constituye el cuerpo menor.

Para calcularla sólo necesitamos la masa del cuerpo central (el Sol por ejemplo) y el vector de posición del cuerpo que se encuentra orbitando alrededor.

Nuestro tratamiento matemático comienza estableciendo una posición inicial:

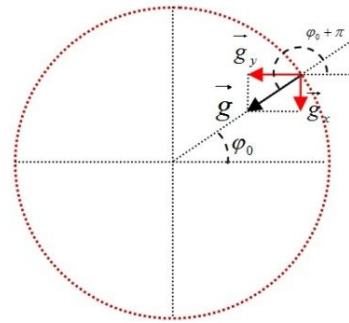
En coordenadas cartesianas  $\begin{cases} \vec{r}_0(x_0, y_0) = \vec{r}_0(r_0 \cos \varphi_0, r_0 \sin \varphi_0) \end{cases}$   
Y también en polares  $\vec{r}_0(r_0, \varphi_0)$

También partimos de una velocidad inicial (arbitraria) que, de igual forma, expresamos en coordenadas cartesianas:  $\vec{v}_0(v_{x0}, v_{y0})$



Calculamos  $\vec{g}$ , y la descomponemos, así mismo, en coordenadas cartesianas:

$$\begin{cases} \vec{g} = (-)G \frac{M}{r_0^2} \vec{u} \\ \vec{g}(g_x, g_y) = \vec{g}(g \cos(\varphi_0 + \pi), g \sin(\varphi_0 + \pi)) \end{cases}$$



(Nota: Usamos  $\varphi_0 + \pi$  como argumento ya que la dirección de  $\vec{g}$  es opuesta siempre a  $\vec{r}_0$ ).

Nuestra propuesta de cálculo (accesible a **alumnos de la ESO y Bachillerato**) es hallar, instante tras instante, la nueva posición del planeta y su velocidad a través de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}g_x t^2 \\ y = y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}g_y t^2 \end{cases} \quad \begin{cases} v_x = v_{x0} + g_x t \\ v_y = v_{y0} + g_y t \end{cases}$$

Son las *ecuaciones paramétricas de los movimientos rectilíneos uniformemente acelerados*, lo sabemos bien, pero, **tratadas infinitesimalmente**, nos proporcionan una excelente solución.

### Procedimiento general

Los dos valores hallados  $(x, y)$  nos sirven para localizar el planeta un instante después del inicio de nuestro estudio y hacemos que sean, en este nuevo instante, los nuevos valores iniciales  $(x_0, y_0) \equiv (x, y)$ .

Igualmente, hacemos que las velocidades halladas  $(v_x, v_y)$  sean también las nuevas velocidades iniciales para el siguiente paso de cálculo  $(v_{x0}, v_{y0}) \equiv (v_x, v_y)$ .

Tendremos un nuevo vector de posición:  $(r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, \varphi_0 = \arctg\left(\frac{y_0}{x_0}\right))$ .

(Teniendo presente siempre en qué cuadrante nos encontramos).

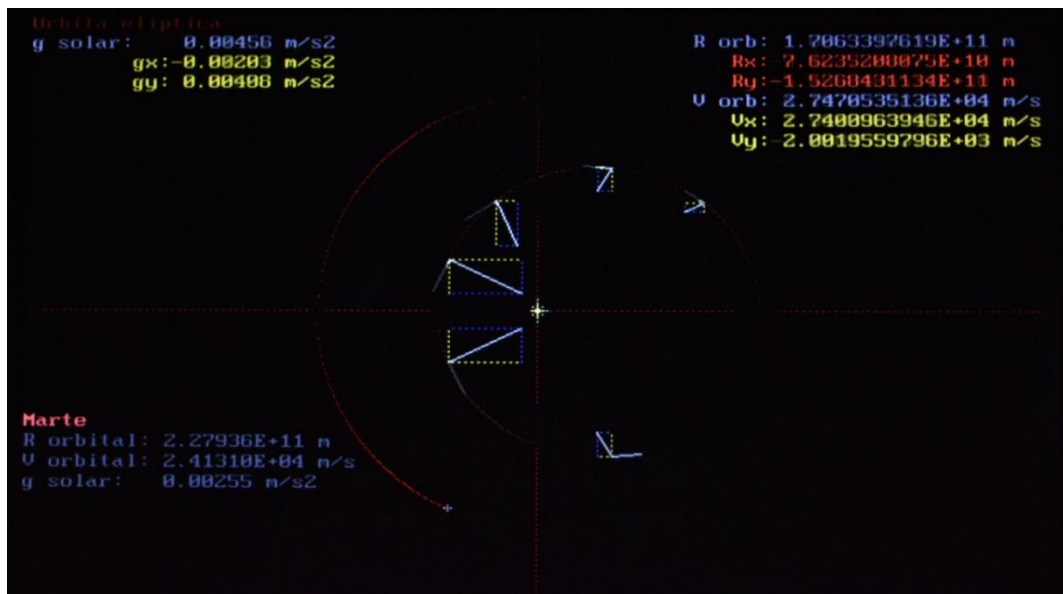
Con estos dos últimos valores, procedemos, otra vez, a realizar la descomposición cartesiana de la aceleración de la gravedad:

$$\begin{cases} \vec{g} = (-)G \frac{M}{r_0^2} \vec{u} \\ \vec{g}(g_x, g_y) = \vec{g}(g \cos(\varphi_0 + \pi), g \sin(\varphi_0 + \pi)) \end{cases}$$

Y, al igual que antes, estas aceleraciones nos servirán para hallar nuevas posiciones y velocidades (iniciales también para el siguiente paso).

Este procedimiento se repite *ad infinitum*.

El proceso de cálculo es muy delicado y tremendamente repetitivo por lo que aprovechamos la potencia de un pequeño ordenador e implementamos un programa informático que hiciera todas estas tareas por nosotros.

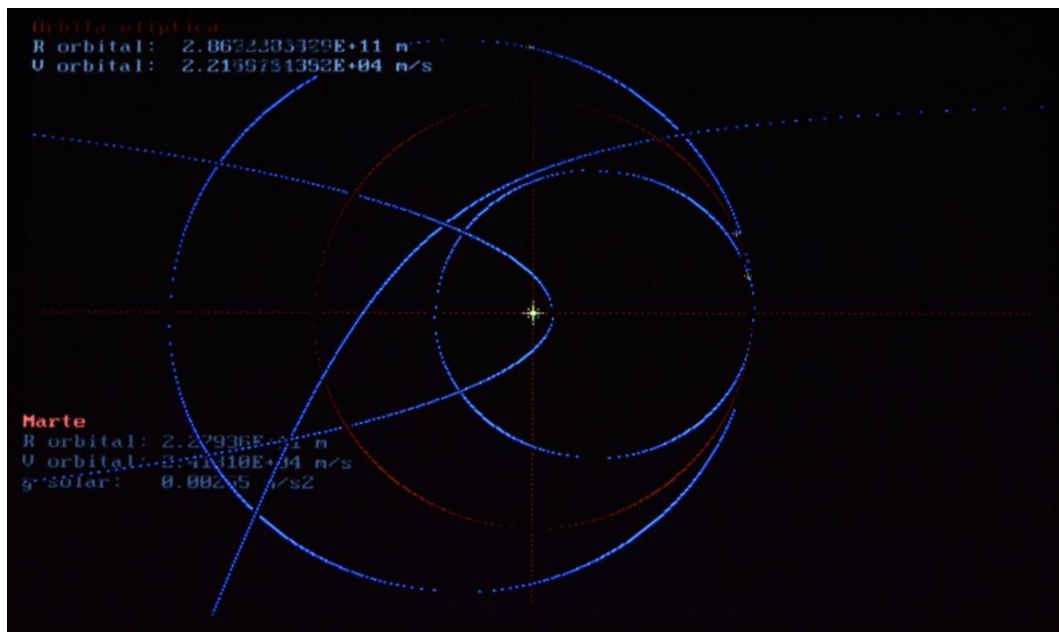


La teoría nos dice que:

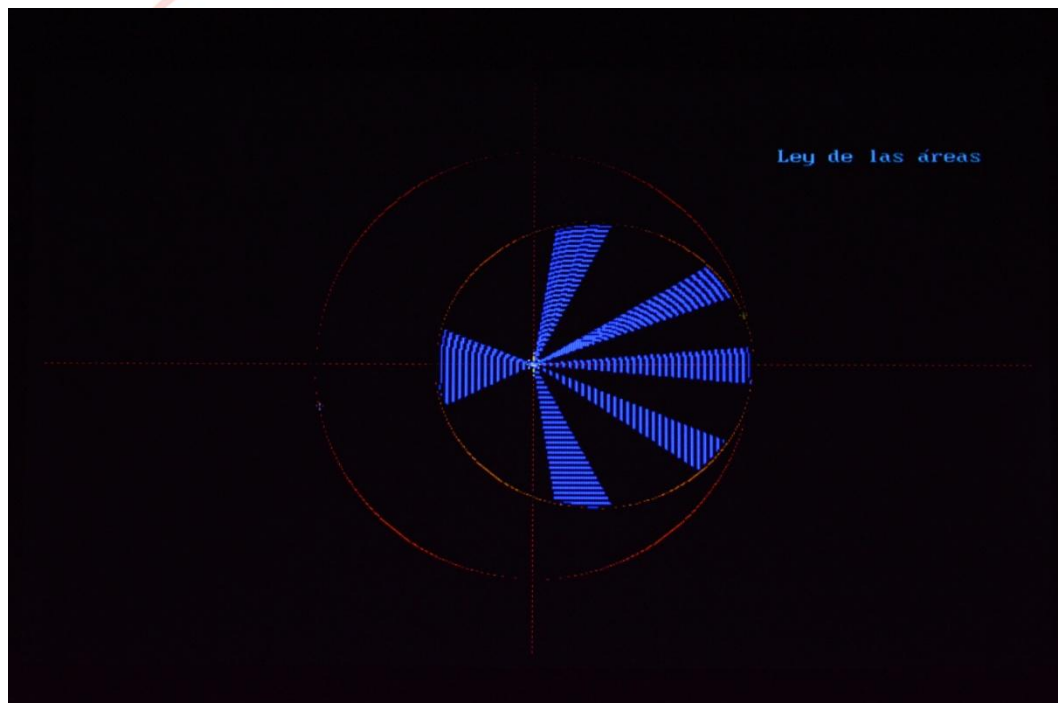
- Si la velocidad inicial es justo  $v_{circular} = \sqrt{\frac{GM}{r_{cir}}}$ , el planeta describirá una *órbita circular*.
- Si la velocidad inicial es menor que  $v_{circular}$ , el planeta caerá hacia el interior del sistema acelerando hasta encontrar un punto de máxima velocidad y una mínima distancia respecto al astro central (el *periastro*).
- Si la velocidad es mayor, el planeta se alejará del centro hasta encontrar un punto de máxima distancia con mínima velocidad (*apoaastro*). En estos casos tendremos *órbitas elípticas* confinadas entre esos dos puntos notables.
- Si la velocidad inicial es suficientemente grande, tendremos *órbitas hiperbólicas* en general y (excepcionalmente – con periastro en el infinito) *órbitas parabólicas*.

Podemos ver todo esto en las secuencias animadas de cálculo que nos proporciona nuestro programa y observar, también, cómo el planeta acelera visiblemente al acercarse al astro central y cómo se va frenando a medida que se aleja de él.





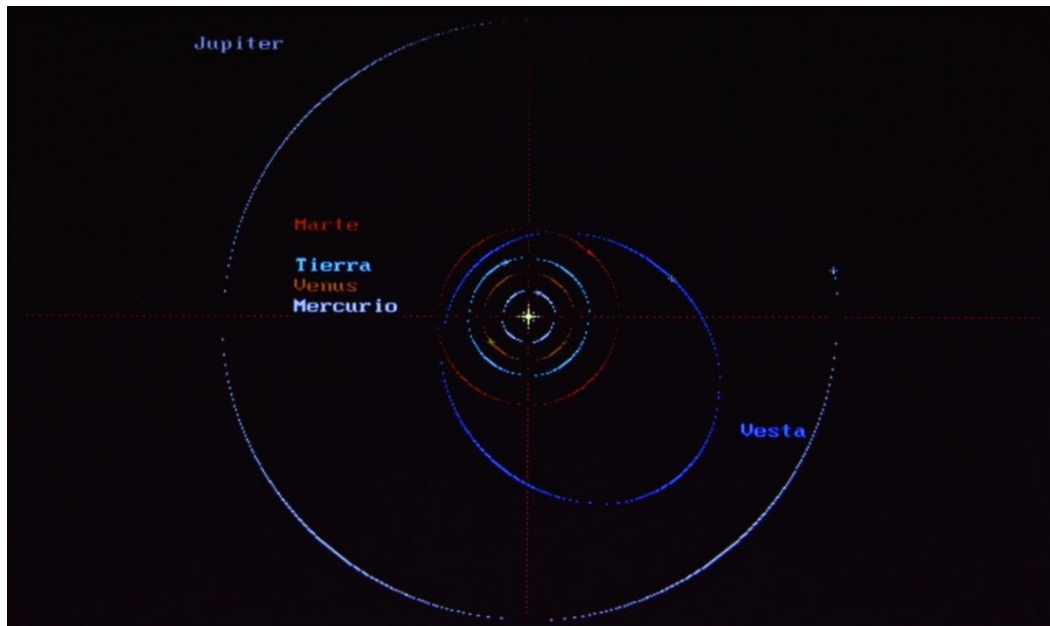
La ley de igualdad de las áreas de Kepler es también visible en nuestra representación.



[Video: ley de las áreas](#)

Los errores sistemáticos acarreados por este procedimiento de aproximaciones son, francamente, muy pequeños lo que nos hace confiar en nuestro método de trabajo.

Por último, ampliando el número de variables llegamos a representar varios cuerpos a la vez obteniendo, para empezar, una imagen (reducida) de nuestro propio sistema solar:



[Video: sistema solar](#)



## Metodología

### Estudios de estabilidad con tres cuerpos

Aun en el caso más simple, el de dos estrellas orbitando en torno a un centro de masas común, podemos considerar una gran cantidad de casos. Las estrellas pueden tener la misma masa o ser muy distintas y la elección de la distancia entre ellas y sus velocidades nos ofrece un gran abanico de posibilidades.

En esta exposición mostraremos sólo algunas elecciones notables que nos orientarán acerca de qué sucedería en otras muchas situaciones.

Veremos aquí seis ensayos (E-1,... E-6)

#### E-1

El caso más simple que imaginamos: Dos soles idénticos orbitando en torno a un centro de masas<sup>2</sup> común a una distancia predefinida.

$$M_{A-Sol} = M_B = 1,9891 \cdot 10^{30} \text{ Kg} \quad \left| \vec{r}_{AB} \right| = 8 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

$$r_A = \frac{M_B \cdot r_{AB}}{M_A + M_B} = (-)4 \cdot 10^{10} \text{ m} \quad \text{y} \quad r_B = \frac{M_A \cdot r_{AB}}{M_A + M_B} = 4 \cdot 10^{10} \text{ m}$$

Ambos soles orbitan compartiendo una trayectoria circular, estando siempre en puntos diametralmente opuestos, con un período:

$$T_{\text{orbital}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r_{AB}^3}{G(M_A + M_B)}} = 8.725.313,4 \text{ s} = 100,987 \text{ días y}$$

$$v_{\text{orbital-A}} = v_B = \frac{2\pi \cdot r_A}{P} = 28.804,399 \text{ m/s}$$

Sobre cualquier planeta habrá **dos** fuerzas de atracción:

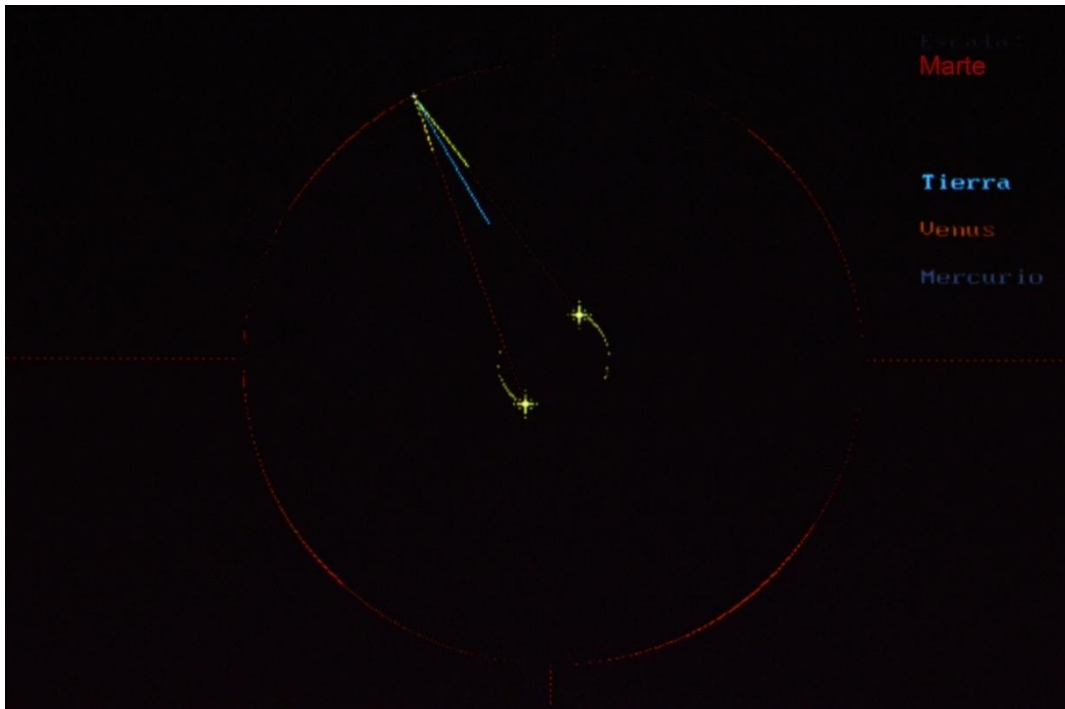
$$\begin{cases} \vec{g}_A = (-)G \frac{M_A}{r_{0A}^2} \vec{u}_A \\ \vec{g}_A (g_A \cos(\varphi_{0A} + \pi), g_A \sin(\varphi_{0A} + \pi)) \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{g}_B = (-)G \frac{M_B}{r_{0B}^2} \vec{u}_B \\ \vec{g}_B (g_B \cos(\varphi_{0B} + \pi), g_B \sin(\varphi_{0B} + \pi)) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{g}_{A+B} (g_x, g_y) \\ g_x = g_A \cos(\varphi_{0A} + \pi) + g_B \cos(\varphi_{0B} + \pi) \\ g_y = g_A \sin(\varphi_{0A} + \pi) + g_B \sin(\varphi_{0B} + \pi) \end{cases}$$

(Vectores de posición referidos a cada sol y argumentos referidos a ellos también)

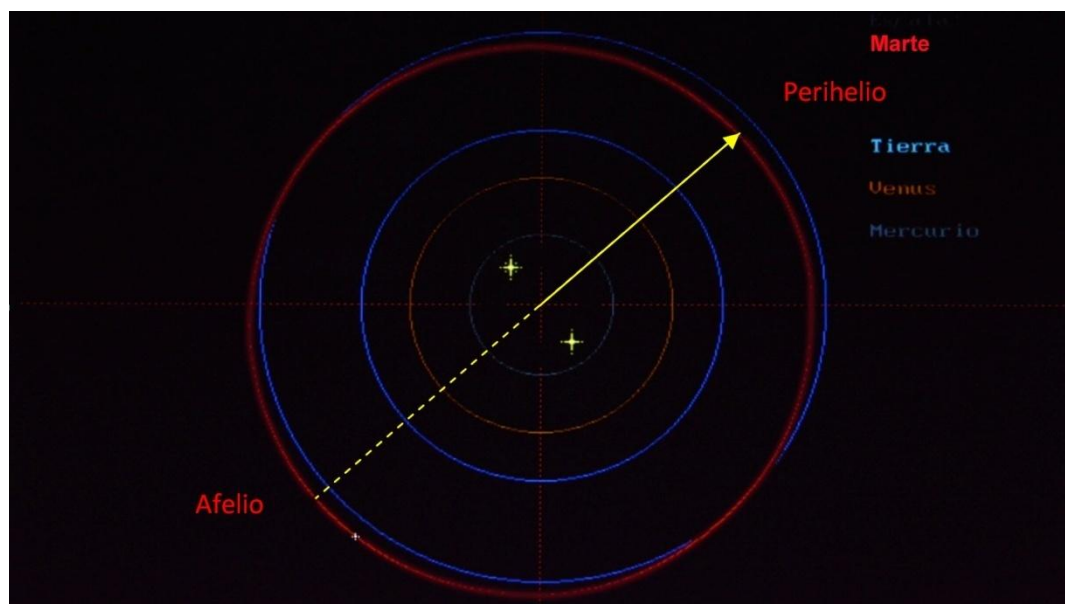
Nuestras rutinas de cálculo realizan la suma vectorial de las dos aceleraciones.

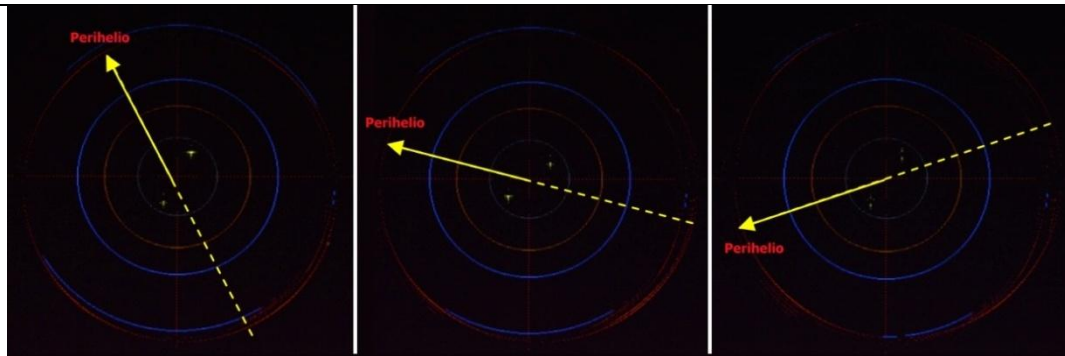
Vídeo: Marte y dos soles



Un imaginario *Marte* se comporta de forma ideal cuando describe una órbita circular entorno al CDM del sistema doble.

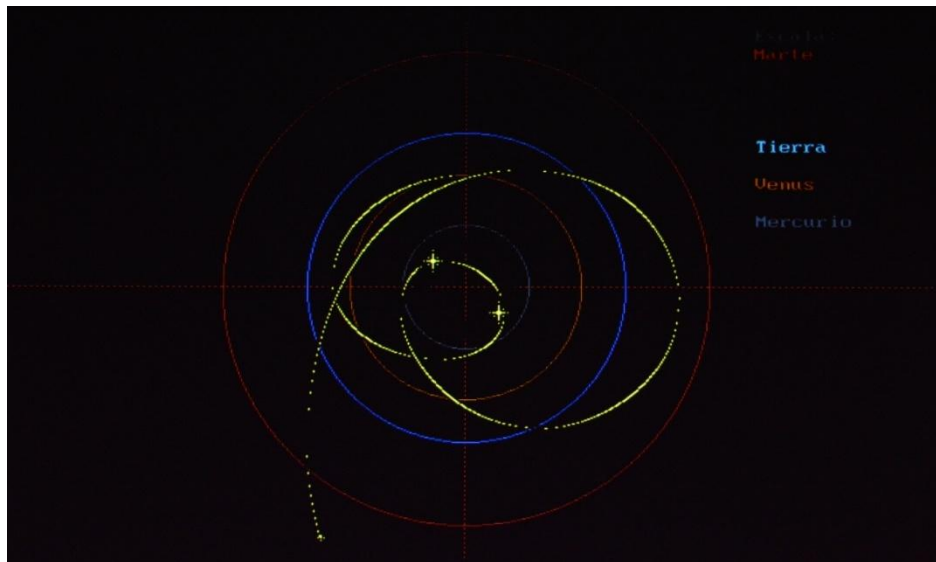
Pero si consideramos que tiene una órbita elíptica, observamos que el perihelio va, muy rápido en el tiempo, realizando un *movimiento de precesión*.





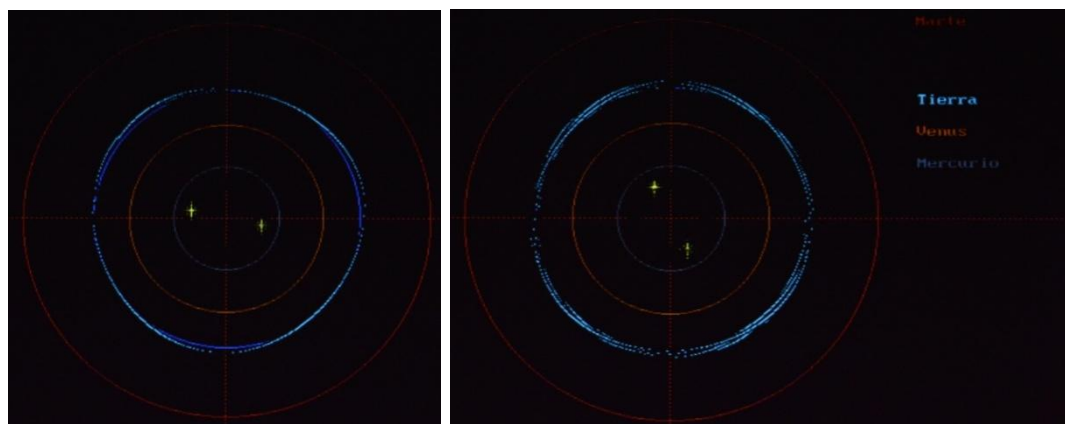
Para un imaginario *Venus* nos ha sido **imposible** encontrar parámetros que lo sitúen en una órbita estable. Las inestabilidades ocasionadas por estos dos soles son tan fuertes que su movimiento siempre termina impactando con alguno de ellos o expulsado del sistema.

Video: [Venus expulsado!](#) 



¡Con un hipotético *Mercurio* ni lo intentamos!

En cambio, nuestra *Tierra* permanecería en una región de *casi-estabilidad*. Aunque sufriría tirones gravitatorios muy intensos, su movimiento quedaría confinado en una región estrecha de una decena de millones de kilómetros de anchura.



Con continuos cambios de órbita de tal magnitud, nos resulta **muy difícil** imaginar cómo muchos *protoplanetas* originales, podrían llegar a formar un planeta único. Sospechamos que en lugar de *nuestra Tierra* no habría otra cosa que un **cinturón de asteroides**.

De forma parecida, Marte tampoco llegaría a formarse salvo en el caso - observado ya - de que su *excentricidad* fuera muy pequeña.

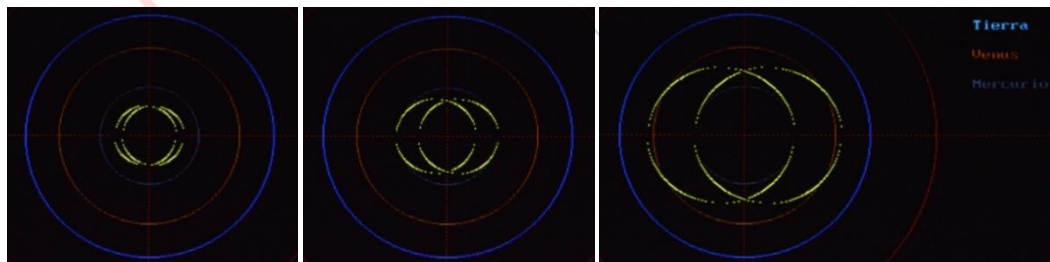
Para los planetas exteriores no existirían problemas ya que las inestabilidades casi no se notarían a grandes distancias.

Para poder ver atardeceres con dos soles idénticos en un sistema estelar así (como en *Tatooine* de “*Star Wars*”), nuestra civilización debería haberse desarrollado en un planeta tan lejos (al menos) como Marte (aunque no mucho más allá, ya que la *zona de habitabilidad* es siempre una franja estrecha).

Con dos estrellas más separadas ( $|\vec{r}_{AB}| > 8 \cdot 10^{10} m$ ) estos problemas se agravan considerablemente.

## E-2

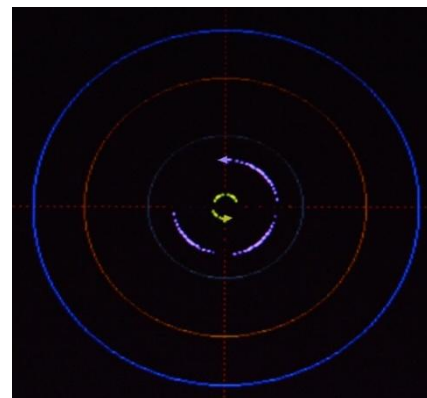
Si las velocidades son diferentes a:  $v_A = v_B \neq 28.804,399 m/s$ , obtendremos órbitas elípticas con foco de atracción en el CDM. Esta situación también acarrea malas consecuencias para nuestro sistema de planetas. Sólo encontraríamos planetas estables en regiones más lejanas y más frías.

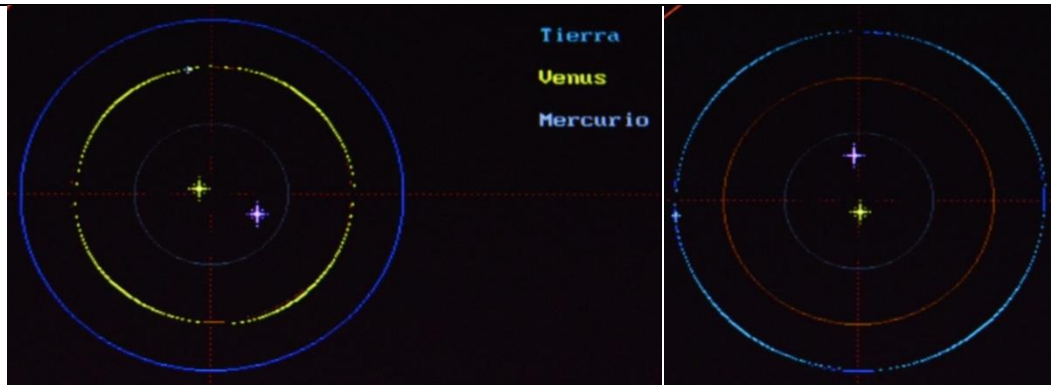


## E-3

Estrella similar a nuestro sol acompañada de otra estrella más pequeña (de masa cinco veces menor), orbitando en torno a un CDM común con órbitas circulares. Distancia entre ellas: 80 millones de kilómetros.

Un planeta como Venus presentaría ligeras, aunque “muy molestas”, irregularidades. En cambio, la Tierra, Marte y los planetas exteriores sí tendrían un “buen comportamiento”.





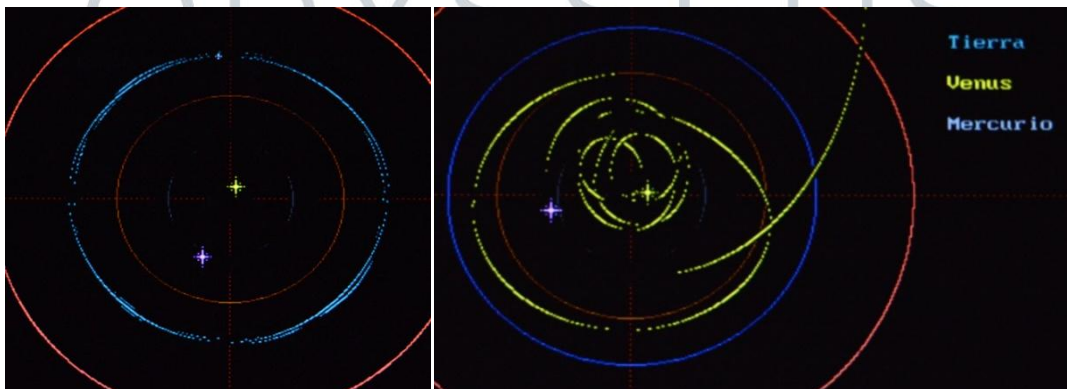
Video: [sistema binario I](#)



Pero con radiación proveniente de dos soles, la *zona de habitabilidad* se habría alejado algo de nuestro entorno. Nuestra temperatura media sería de bastantes grados más que la actual. Quizás, el único planeta habitable (otra vez) sería *Marte*.

#### E- 4

Si estas dos estrellas desiguales están más separadas o tienen órbitas elípticas, aparecen de nuevo esas odiosas inestabilidades en nuestros planetas interiores. Nuestra búsqueda de planetas estables comenzaría, una vez más y como mínimo, a la distancia de Marte.



Video: [sistema binario II](#)



#### E-5

¿Y si nuestra segunda estrella estuviera mucho más lejos que todo esto?

Nuestro siguiente estudio colocaría el segundo sol (la estrella menor) a la distancia de Júpiter.

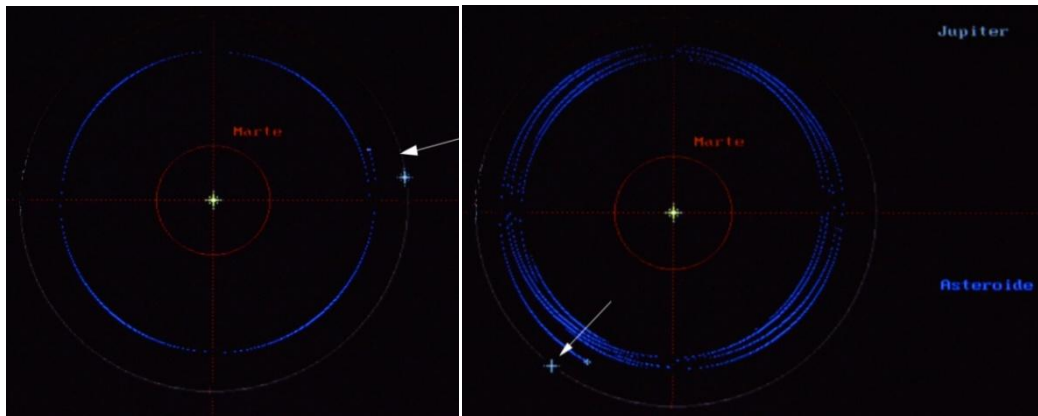
Pero, ya que estábamos en ello, hicimos un paréntesis en este lugar y decidimos analizar qué sucedería con el **propio Júpiter** y cómo sería **su influencia gravitatoria** sobre algunos cuerpos interiores del sistema solar.



Los planetas interiores apenas notan sus perturbaciones aunque sabemos que, desde el punto de vista puramente astronómico, sí que deben tenerse muy en cuenta.

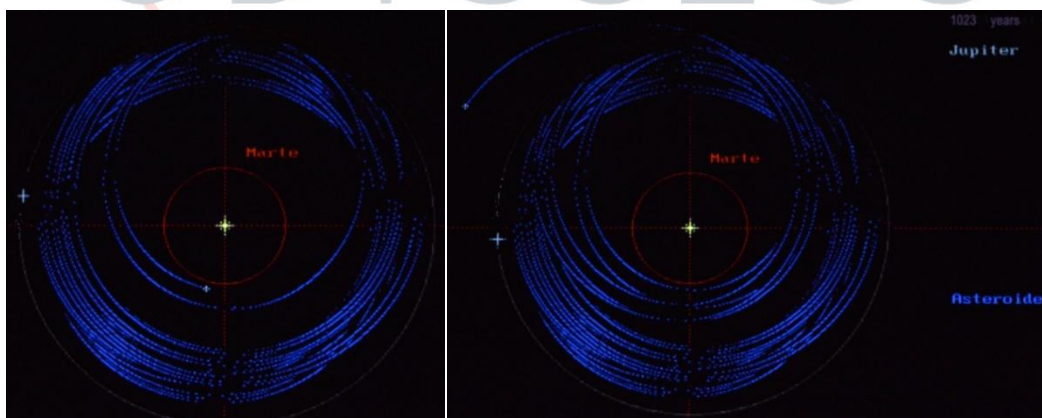
Pero los objetos situados entre Marte y Júpiter sí que experimentan profundas alteraciones.

Mostramos cómo un asteroide sufre tirones gravitatorios sucesivos cada vez que se encuentra en *conjunción* con Júpiter.



Video: [asteroide y Júpiter](#) 

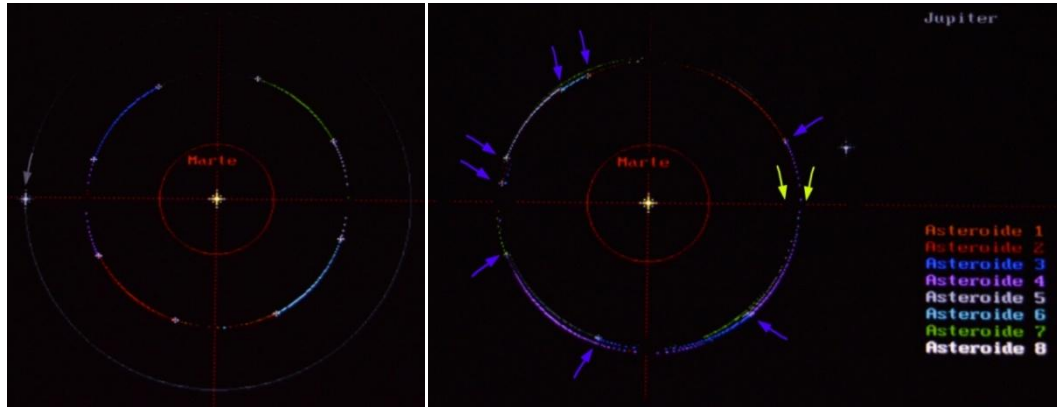
Y es sólo cuestión de tiempo: Cada vez que un asteroide se encuentra en conjunción con Júpiter, la interacción es muy fuerte. Llegará un día en que terminará por colisionar con él o desviado hacia el sistema solar interior o exterior.



Concluimos que es **imposible** que pueda existir un planeta entre Marte y Júpiter. Y, de hecho, no lo hay. Si algunos pequeños *protoplanetas* se formaron un día, estos terminaron precipitándose hacia el sistema solar interior o fueron expulsados a lugares lejanos. En este lugar mora hoy nuestro *cinturón de asteroides*.

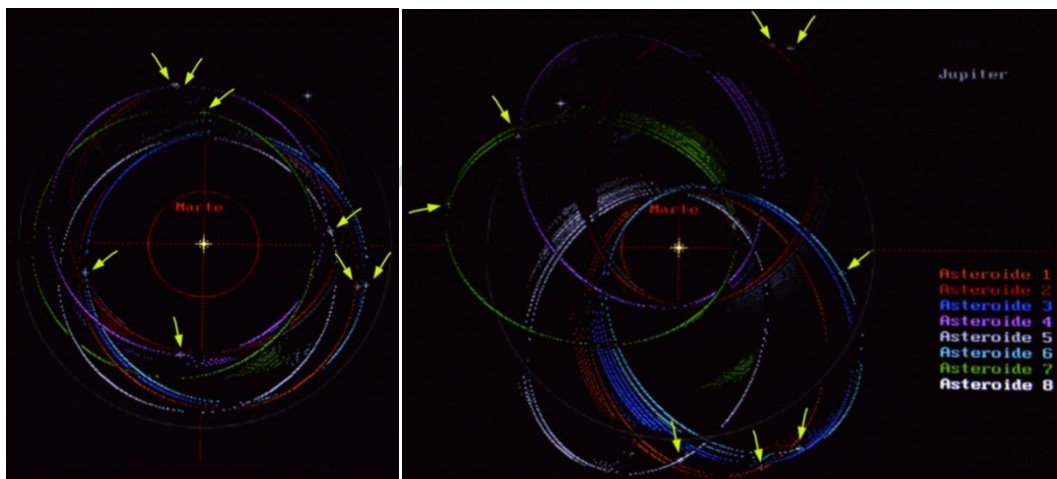
Hicimos una segunda prueba colocando ocho asteroides idénticos para ver su evolución en el tiempo.

En trescientos años, los asteroides abandonaron sus posiciones equidistantes alejándose decenas de millones de kilómetros de sus órbitas iniciales. Esto puede observarse en las dos imágenes que siguen.

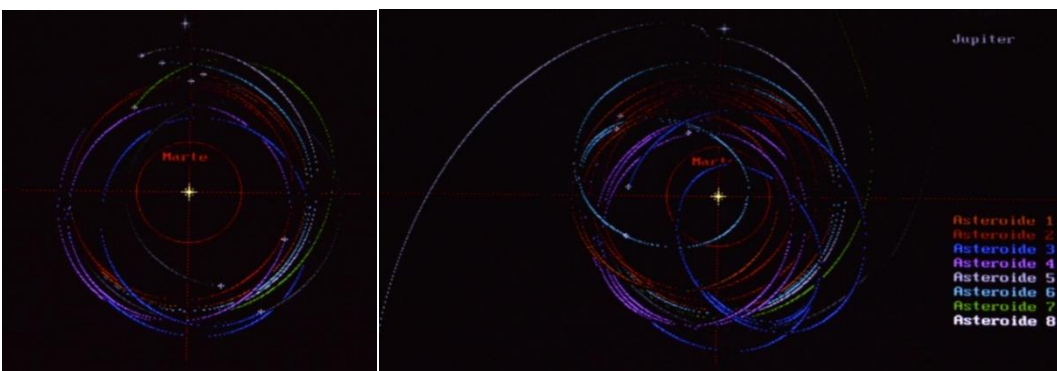


Después de 900 años, las órbitas se tornaron fuertemente elípticas con *apoastros* muy cercanos a la órbita de Júpiter.

Tras 1200 años, sus excentricidades aumentaron considerablemente. Es bien visible la precesión que van sufriendo las órbitas. Observemos que de un lado, las órbitas sobrepasan a Júpiter y, de otro, que se acercan peligrosamente al sistema solar interior. El riesgo de colisiones es ahora enorme.



Cuando consideramos un *súper-Júpiter* (25 veces mayor) en lugar de Júpiter, obtuvimos resultados casi inmediatos y más evidentes: asteroides expulsados y asteroides re-dirigidos a las regiones internas.



## E-6

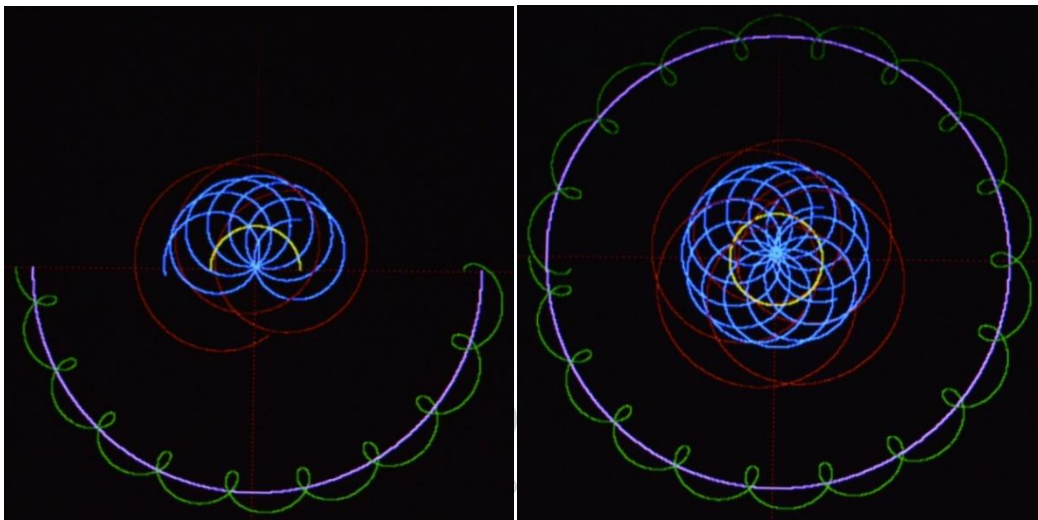
Y continuamos después nuestro estudio de estrellas binarias:

$$M_{A-Sol} = 1,9891 \cdot 10^{30} \text{ Kg} \quad M_B = \frac{1,9891 \cdot 10^{30}}{5} \text{ Kg}$$

$$d(A, B) = d(Sol, Júpiter)$$

Ambas estrellas podrían verse acompañadas sólo por un **reducido** cortejo de planetas cercanos.

Claro que, si nuestras estrellas están más alejadas entre sí, la situación mejora sensiblemente.



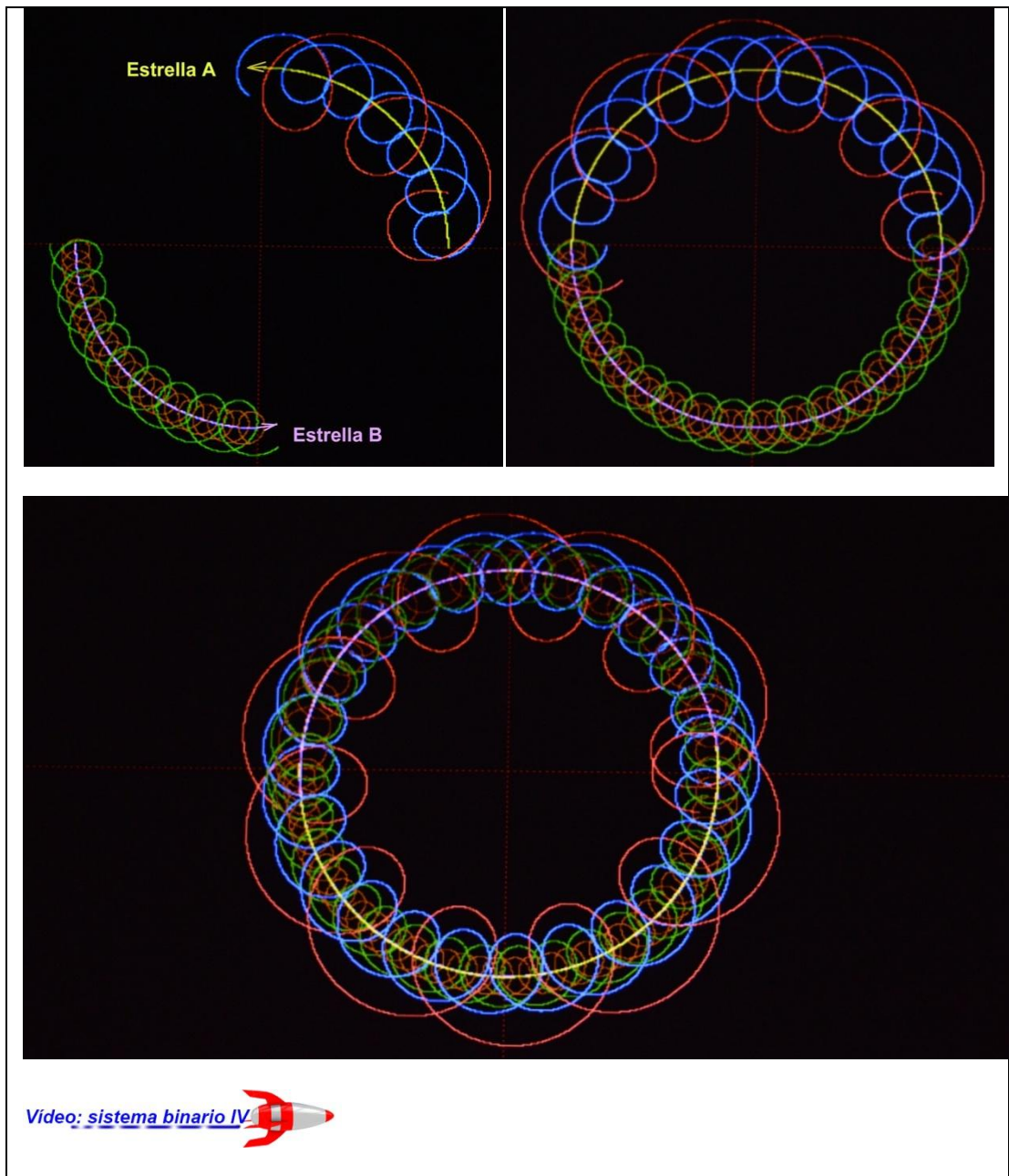
Video: [sistema binario III](#)

Segundo ejemplo:

$$M_{A-Sol} = M_B = 1,9891 \cdot 10^{30} \text{ Kg} \quad d(A, B) = 2 \cdot d(Sol, Júpiter)$$

Observamos que “a mayor distancia → mayor estabilidad”.





## Resultados y conclusiones

Entendemos que el problema de estudio que hemos abordado es altamente complejo. Debemos hacer notar, en primer lugar, que los problemas técnicos que hemos encontrado a la hora de llevar a cabo este trabajo de investigación han sido muy grandes.

Nuestro estudio se basa en el uso repetitivo de la ley de la Gravitación Universal y en aproximaciones infinitesimales. Con las magnitudes necesarias tan grandes que hemos tenido que emplear (tiempos de evolución, masas, velocidades y distancias) hemos necesitado una gran potencia y exactitud en el desarrollo de los cálculos.

Este método es perfectamente válido cuando el tiempo empleado en cada uno de los pasos tiende a cero. Pero eso nos lleva a un tiempo de cómputo muchas veces inaceptable y, más aun, sabiendo que hemos tenido que repetirlos para ajustar errores y encontrar soluciones coherentes.

También sabemos que hemos restringido el estudio a movimientos en un plano. En teoría, hacer un estudio tridimensional no es mucho más difícil pero los cálculos y rutinas de nuestros programas informáticos se multiplicarían enormemente: Y es que, a pesar de todo, sí que debemos hacer siempre una representación plana de todo ello en pantalla.

De todas formas, afortunadamente, las órbitas de nuestros sistemas siempre serían casi coplanarias. Y así, nuestros resultados, aunque más cualitativos que cuantitativos, creemos que sí muestran una realidad bastante creíble.

### Resumen de conclusiones

Existen muchísimas estrellas binarias (lejanas entre sí) de largo período, así que es muy probable que existan sistemas planetarios estables entorno a cada una de ellas.

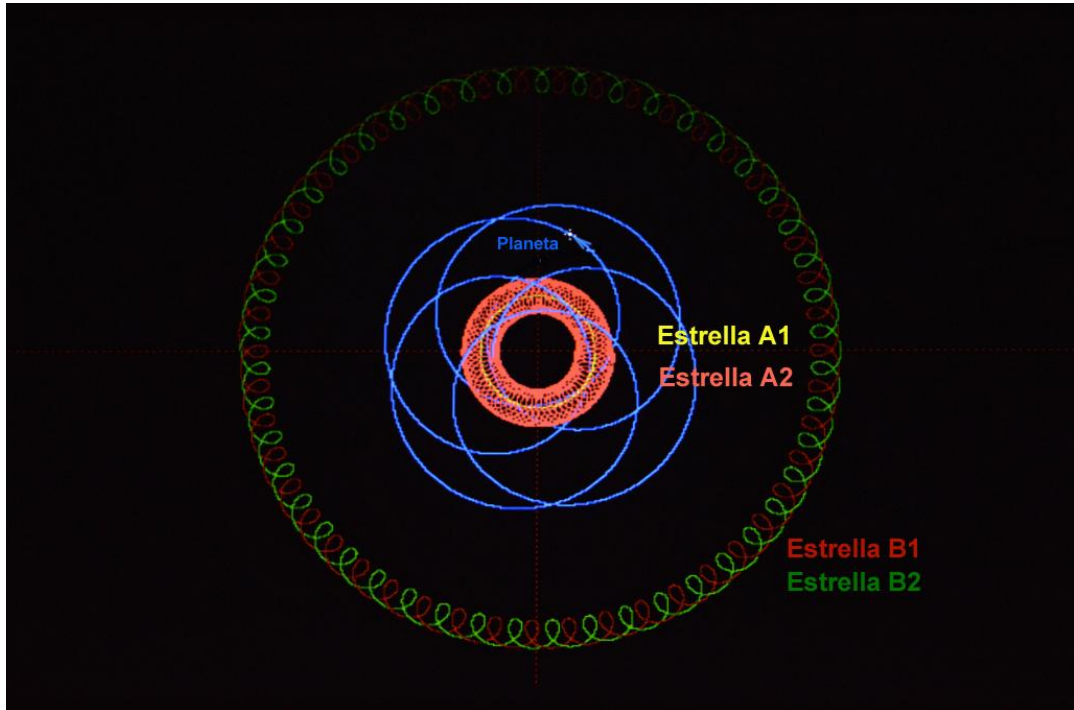
Nuestros ensayos también se han extendido a un número mayor de cuerpos:

Un sistema triple debería estar conformado por un equilibrio exquisito de equidistancias (altamente improbable) o por dos estrellas próximas más una tercera mucho más lejana. De lo contrario, las inestabilidades causadas entre ellas expulsarían del sistema a una de ellas.

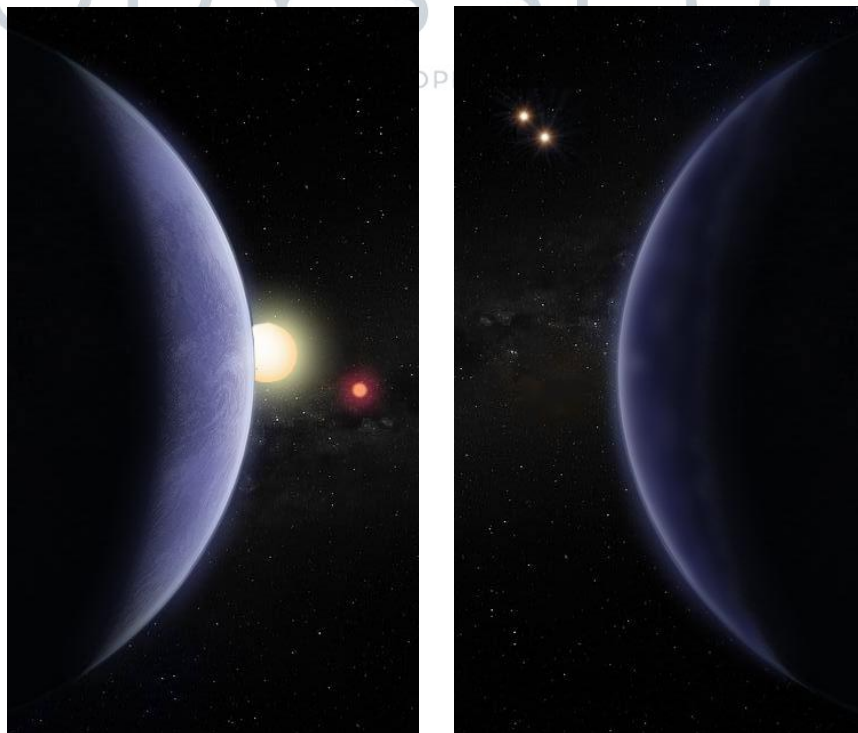
Podríamos pensar en un sistema cuádruple si las estrellas se hallan cercanas sólo por parejas y cuanto más lejanas estén las parejas mayor será la estabilidad.

Mostramos un ejemplo simple de esto último:

En un sistema estelar cuádruple, nuestro planeta (azul) giraría entorno a una primera pareja de soles (uno amarillo de gran masa y otro naranja mucho menor). A distancia considerable, una pareja de pequeños soles (verde y rojo) orbitarían uno entorno al otro. Todo el sistema estaría orbitando entorno a un centro de masas común (el origen de coordenadas en nuestra representación)



En las dos siguientes imágenes mostramos cómo serían la mayoría de los atardeceres y los amaneceres en ese planeta (salvo en momentos de eclipse); y también cómo serían un buen número de noches con dos hermosas estrellas siempre en danza armónica y continua.



En un sistema estelar así, es seguro que cualquier civilización desarrollaría muy prontamente la preciosa ciencia de la Astronomía.

Vemos pues que las posibilidades de hacer estudios son casi infinitas.

Sin embargo, creemos que, desde nuestras humildes posibilidades, hemos realizado un análisis lo suficientemente representativo como para poder predecir - con suficiente criterio - lo que sucedería en una gran número de casos imaginables.

Por último (y esto fue una gran sorpresa para todos nosotros) pudimos dar una explicación razonable, dentro de nuestro propio sistema solar, de por qué no hay un “quinto planeta” entre Marte y Júpiter y sí que hay, en su lugar, un enjambre de pequeños cuerpos errantes (muchos de ellos con órbitas muy dispares entre sí): el *cinturón de asteroides*.

## Relevancia Social

Uno de los retos actuales de nuestra sociedad es hacer incrementar el interés por el estudio de la ciencia y aumentar la predisposición a realizar investigaciones profundas en todos sus campos.

Está comprobado que la mayoría de las personas piensan que la ciencia es importante y que es necesaria para el entendimiento de nuestro entorno y para el avance de la sociedad. Pero otra cosa muy distinta es estar dispuesto a dedicar el propio esfuerzo personal y continuado para contribuir a su desarrollo.

EUROPEAN YOUTH SPACE CONTEST

Nuestra sociedad necesita mentes curiosas que se pregunten muchos porqués pero necesita, aun más, vidas enteras dedicadas a ofrecer las respuestas adecuadas.

Nuestro proyecto deja muy claro que, aun desde edades muy tempranas, se puede hacer ciencia de buen nivel y ofrecer algunas respuestas que son muy difíciles de encontrar en nuestros entornos inmediatos. Y es que, en realidad, nadie las explica con claridad por tratarse de cuestiones que necesitan de tratamientos matemáticos o físicos de cierta dificultad.

La ciencia – aunque pueda parecer complicada – es accesible a nuestros alumnos de la ESO y Bachillerato. Trabajar en ella – como aquí lo hacemos – genera, en primer lugar, curiosidad y expectativas de futuro (vocaciones) por ser materia perfectamente comprensible.

---

## Sostenibilidad

Realmente, nuestro trabajo de investigación no fue diseñado pensando en promover ningún tipo de sostenibilidad pues se trata de un trabajo que nació sólo de la curiosidad de analizar la posibilidad de existencia de otros mundos habitables y nada más.

Sin embargo, comprendido nuestro trabajo y analizadas nuestras conclusiones, uno no tiene más remedio que admitir que la existencia de mundos habitables no es una simple cuestión de números y estadística. Realmente, la existencia física de tales mundos requiere el cumplimiento de muchos requisitos.

A pesar de la gran cantidad de exoplanetas que ya han sido encontrados, no hay pruebas de habitabilidad para ninguno de ellos. Y aunque los encontremos algún día, están a distancias prohibitivas para que nosotros podamos llegar hasta ellos.

Nuestro trabajo de investigación nos hace humildes y sensibles entendiendo que vivimos en un planeta excepcional que debemos cuidar con esmero. No tenemos otro.

De otra parte, nuestra investigación se ha realizado – cualquiera puede hacerlo también – con medios muy modestos que podríamos decir que “están en desuso”. En cierto modo estamos *reutilizando* y sacando máximo provecho a máquinas que hoy nadie quiere cuando nosotros constatamos que, realmente, son muy potentes.

## Bibliografía

Constante de la Gravitación Universal (Instituto de Astrofísica de Canarias, 2015)  
<http://www.iac.es/cosmoeduca/gravedad/fisica/fisica3.htm> ↩

Constante de la Gravitación Universal (Wikipedia, noviembre de 2015 )  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Constante\\_de\\_gravitaci%C3%B3n\\_universal](https://es.wikipedia.org/wiki/Constante_de_gravitaci%C3%B3n_universal)

Constante de la Gravitación Universal (Noticia de 30-junio-2014, Investigación y Ciencia)  
<http://www.investigacionyciencia.es/noticias/cunto-vale-la-constante-de-la-gravitacin-universal-12207>

Parámetros orbitales de planetas:  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Marte\\_%28planeta%29](https://es.wikipedia.org/wiki/Marte_%28planeta%29)  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Mercurio\\_%28planeta%29](https://es.wikipedia.org/wiki/Mercurio_%28planeta%29)  
[https://es.wikipedia.org/wiki/J%C3%BApiter\\_%28planeta%29](https://es.wikipedia.org/wiki/J%C3%BApiter_%28planeta%29)  
<https://es.wikipedia.org/wiki/Tierra>  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Venus\\_%28planeta%29](https://es.wikipedia.org/wiki/Venus_%28planeta%29)

Problema de los dos cuerpos (última actualización 25-julio-2015) ↩  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Problema\\_de\\_los\\_dos\\_cuerpos](https://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_los_dos_cuerpos)

Programas informáticos anexos (Código fuente en archivos PDF), 2015 ↩  
[ODY1.PAS](#)  
[ODY2.PAS](#)  
[ODY3.PAS](#)  
[ODY4.PAS](#)  
[ODY5.PAS](#)  
[ODY6.PAS](#)